# ENCICLOPEDIA DELLA SCIENZA E DELLA TECNICA

estratti

## Sparganosi

Infestazione da Cestodi pseudofillidei nella fase larvale detta *plerocercoide* o *spargano* (si veda la voce DIFILLOBOTRIASI). Le infestazioni umane sono date da specie non ben determinate, in maggioranza appartenenti al genere *Spirometra*, che da adulte parassitano i cani, i gatti e altri animali. Il genere ha un ciclo biologico simile a *Diphyllobothrium latum*: la prima fase larvaria, il procercoide, evolve in minuscoli Crostacei d'acqua dolce, mentre la seconda, il plerocercoide, si sviluppa normalmente nella muscolatura di Anfibi e Rettili acquatici. Tali larve sono biancastre, vermiformi, asegmentate, di lunghezza variante da 1 a 36 cm e sono dotate di un protoscolice invaginato a una estremità. Se un animale cosí infestato è ingerito da un ospite inadatto a permettere l'evoluzione del cestode alla forma adulta, ad esempio dall'uomo, il parassita può passare dall'intestino nella cavità corporea o nella muscolatura e sopravvivere per anni come spargano.

In Asia sud-orientale, dove la medicina popolare ricorre al trattamento delle ferite, soprattutto oculari, con impacchi di carne fresca di rane, se queste sono infestate da spargani accade che essi si trasferiscano nei tessuti umani. La sparganosi umana è assai rara in Europa.

Per notizie di ordine sistematico si veda la voce CESTODI.

## Sparteina

Alcaloide di formula $C_{15}H_{26}N_2$ (si veda la voce ALCALOIDI) contenuto nel citiso (*Spartium scoparius*) e nei semi del lupino giallo accanto all'alcaloide lupinina. È una sostanza oleosa a carattere basico che forma sali ben cristallizzati (cloridrato, solfato).

Sotto forma di solfato la sparteina viene usata in medicina: svolge infatti un'azione rinforzante l'energia contrattile del miocardio (azione inotropa positiva) e ha inoltre un'attività diuretica e regolarizzatrice delle pulsazioni cardiache.

## Spazio

Il termine 'spazio' viene usato nel linguaggio comune in vari sensi; la discussione sul significato del termine e sull'essenza dell'ente designato è stata condotta avanti per secoli dalla filosofia e dalla scienza spesso con fini e con metodi diversi. Limiteremo qui la trattazione all'ambito entro cui il termine 'spazio' viene usato in Matematica; come prima osservazione in proposito si potrebbe dire che in quest'ambito il termine viene abitualmente usato per designare l''ambiente' in cui si immaginano immersi i fatti della Geometria. Per altri contesti nei quali interviene il termine 'spazio' si vedano le voci SPAZIO-TEMPO; SPAZIO INTERSTELLARE.

**Cenno storico e generalità.** L'analisi critica del concetto di spazio, usato dalla Geometria, venne riconosciuta necessaria dopo che fu conseguita la dimostrazione della compatibilità logica delle geometrie non euclidee. Invero finché si pensava la geometria euclidea classica come l'unica 'vera' e si consideravano le altre geometrie (quando furono conosciute) come delle pure esercitazioni matematiche senza nessun fondamento 'reale', si poteva anche accogliere il concetto della Geometria come scienza che studia le proprietà di un certo ente 'spazio' (magari qualificato ulteriormente con un aggettivo: 'spazio geometrico'). Ma la revisione di questa impostazione fu resa necessaria quando fu osservato che un ente cosiffatto, se esistesse secondo la concezione classica, dovrebbe ammettere delle proprietà contraddittorie tra loro. Tali infatti sono la geometria euclidea classica e le varie geometrie che oggi vengono chiamate spesso 'geometrie non' per indicare che esse si basano su postulati che contraddicono il sistema dei postulati euclidei. Poiché questi erano considerati, secondo il punto di vista classico, come delle proposizioni accettate per la loro 'evidenza', appare immediatamente che tale punto di vista deve essere abbandonato quando venga raggiunta la prova della perfetta compatibilità logica di sistemi di proposizioni (che possono essere chiamati 'geometrie' a buon diritto) che partono da postulati contraddittori ai postulati euclidei.

Tra le ragioni di una crisi cosiffatta può essere ricordata anche la confusione, che spesso si opera, tra la Geometria considerata come scienza astratta e la Geometria considerata come sistemazione razionale delle proprietà di estensione, di forma, di mutua posizione degli oggetti materiali che cadono sotto la nostra osservazione. A proposito di questa seconda concezione della Geometria si potrebbe forse parlare di 'spazio fisico', intendendo con questa espressione un po' vaga designare l'ambiente in cui si svolgono i fatti studiati dalla Fisica. Ora è chiaro che una sistemazione razionale delle proprietà dello spazio fisico potrebbe benissimo essere svolta senza quelle pretese di assoluta certezza ed evidenza che ha sempre avuto la Geometria razionale fin dal suo primo nascere, perché è ben noto che le osservazioni sugli oggetti concreti sono inevitabilmente soggette ad approssimazioni, a errori e a incertezze e pertanto una sistemazione razionale (da considerarsi magari provvisoria di volta in volta) dei fatti geometrici della Fisica non può mai pretendere di rendere tutta la 'verità dei fatti'.

Per ritornare alla considerazione della Geometria come scienza astratta, si può osservare che nelle sistemazioni piú recenti e rigorose della Geometria razionale spesso si evita di nominare lo 'spazio': per esempio l'opera ormai classica di D. Hilbert, *Grundlagen der Geometrie*, raggiunge la sistemazione razionale della Geometria mediante un sistema di assiomi che legano solo certi concetti: 'punto', 'retta', 'piano', non definiti esplicitamente, ma soltanto delimitati implicitamente nel loro uso mediante gli assiomi stessi. In una trattazione cosiffatta il termine 'spazio' viene inteso soltanto come equivalente a 'insieme dei punti, delle rette e dei piani'; pertanto lo spazio non ha una struttura unica e determinata, ma deriva la sua struttura dalle proprietà che, mediante l'enunciazione degli assiomi, vengono attribuite agli enti di cui si occupa la Geometria, cioè ai punti, alle rette, ai piani. Si ha cosí uno 'spazio metrico', spesso anche indicato come 'spazio della geometria elementare', da intendersi come l'insieme dei punti, delle rette e dei piani caratterizzati dagli assiomi della geometria elementare. Analogamente si parla spesso dello 'spazio proiettivo' o anche 'spazio della geometria proiettiva' per indicare l'insieme dei punti, delle rette e dei piani caratterizzati dagli assiomi della geometria proiettiva.

L'invenzione della geometria analitica e l'applicazione dei suoi metodi danno adito a varie importanti estensioni del concetto di 'spazio'. In questo ordine di idee si viene a chiamare 'spazio' ogni insieme di enti, dell'Algebra o dell'Analisi, per i quali valgono delle relazioni che sono isomorfe ad alcune delle relazioni che collegano tra loro gli elementi di quelli che tradizionalmente si chiamavano 'spazi'.

Cosí per esempio si può definire lo 'spazio proiettivo complesso' definendo come 'punto' una quaterna di numeri complessi $(x_1, x_2, x_3, x_4)$, che vengono detti 'coordinate proiettive omogenee del punto' con la convenzione di considerare identici due 'punti' tali che le quaterne di 'coordinate' si ottengano l'una dall'altra mediante moltiplicazione per una stessa costante, con esclusione della quaterna formata da tutti numeri uguali allo zero; si chiama 'piano' l'insieme dei 'punti' le cui 'coordinate' soddisfano a una equazione lineare del tipo:

$$u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 + u_4x_4 = 0$$

e cosí via.

Valgono per questo 'spazio' alcune (non tutte) fra le proprietà che sono valide per i punti dello spazio proiettivo, ma la loro validità è fondata semplicemente sulla validità di certi procedimenti algebrici che conducono alla dimostrazione, a partire dalle definizioni date.

Con procedimenti analoghi si ottengono gli 'spazi lineari' e con procedimenti di assiomatizzazione pura si possono ottenere anche gli 'spazi grafici'. Enti presi dall'Algebra forniscono illustrazioni e contenuti dei procedimenti e delle relazioni che si dimostrano.

Infine, qualora si assumano le quaterne dei numeri appartenenti a campi numerici finiti si possono ottenere gli 'spazi finiti' che non hanno piú nessun collegamento con l'intuizione abituale che attribuisce agli enti della Geometria la proprietà della continuità.

In modo analogo, partendo dal punto di vista della geometria differenziale, si possono ottenere gli 'spazi curvi' (per esempio le varietà riemanniane) di varie specie che servirono per esempio alla teoria della relatività e alle varie teorie che la seguirono, per esprimere con linguaggio geometrico i fatti della Fisica e per utilizzare i metodi e gli strumenti della geometria differenziale (calcolo tensoriale e altri) alla ricerca dell'espressione delle leggi fisiche in termini invarianti di fronte a cambiamenti dei sistemi di riferimento.

CARLO FELICE MANARA

**Trattazione analitica.** L'analisi dei fondamenti della Matematica ha portato l'astrattismo moderno a generalizzare sempre piú il concetto di spazio, allo scopo di rendere possibile un'interpretazione, avente carattere geometrico, per un complesso di proprietà cui soddisfano insiemi di enti matematici della natura piú varia. È ormai storicamente accertato che una siffatta interpretazione aiuta potentemente l'intuizione e la sintesi dei fatti analitici: essa ha perciò una funzione suggestiva e molto rilevante sulla formazione di nuovi concetti.

Nel senso piú ampio del termine, si può chiamare spazio o piú precisamente *spazio astratto*, ogni *ambiente* nel quale s'intenda svolgere una teoria degli insiemi. L'uso del termine *spazio astratto* è tuttavia riservato, in generale, a quei soli ambienti nei quali venga introdotta quella che oggi si suole chiamare una *struttura*, cioè un certo complesso di *relazioni* fra gli elementi dell'ambiente, espresse da opportuni *postulati* o *assiomi* e aventi per oggetto opportune *idee primitive*, relazioni che, in qualche modo, ricordano talune proprietà geometriche accettate dalla comune intuizione.

Le idee direttive, in tal senso, furono suggerite dalle scoperte dell'analisi funzionale dovute, fra la fine del secolo XIX e l'inizio del XX, alle ricerche poderose di V. Volterra (1860-1940) e soprattutto di D. Hilbert (1862-1943) e della sua scuola. Ma la loro prima formazione autonoma è contenuta negli studi di M. Frechet (1878), iniziati nel 1906 e proseguiti per piú di vent'anni (M. Frechet: *Les espaces abstraits*, Parigi, 1928) e di F. Hausdorff (1868-1942), nella cui opera fondamentale *Grundzüge der Mengenlehre* (Lipsia, 1914) è data la prima definizione di *spazio topologico*. Hausdorff avverte ivi esplicitamente di voler avviare una geometria 'esprimibile senza misure e senza numeri' e attribuisce il termine *spazio topologico* a un *insieme* $\mathfrak{S}$ *di elementi*, chiamati *punti*, quando a ogni punto $x$ di $\mathfrak{S}$ può farsi corrispondere un aggregato o famiglia $\{\mathfrak{I}(x)\}$ d'insiemi $\mathfrak{I}(x)$ di $\mathfrak{S}$, chiamati *intorni di* $x$ in modo da soddisfare alle seguenti proprietà (*postulati* o *assiomi degli intorni*):

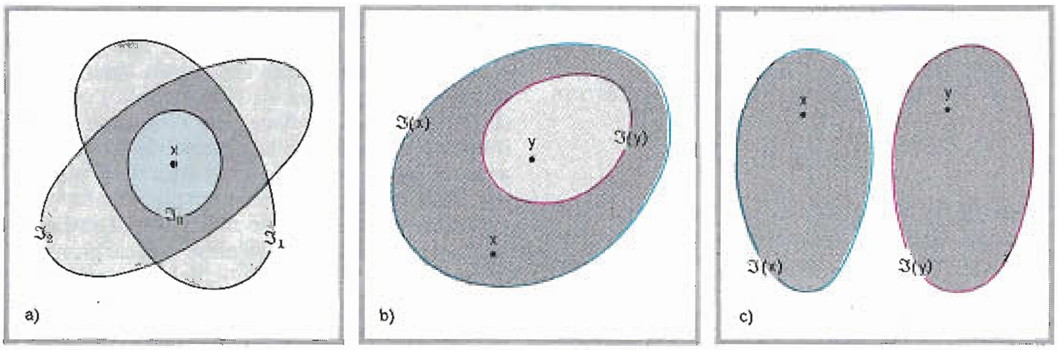
1) ogni punto $x$ di $\mathfrak{S}$ ammette almeno un intorno $\mathfrak{I}(x)$ ed è contenuto in ogni suo intorno;

2) il prodotto $\mathfrak{I}_1(x) \cap \mathfrak{I}_2(x)$ di due intorni di uno stesso punto $x$, contiene sempre un intorno $\mathfrak{I}_0(x)$ (questa situazione viene illustrata nello schema a sinistra della figura);

3) se il punto $y$ appartiene all'intorno $\mathfrak{I}(x)$, esiste un intorno $\mathfrak{I}(y)$, di $y$, che è contenuto in $\mathfrak{I}(x)$ (si veda la figura, al centro);

4) se $x$ e $y$ sono due punti distinti di $\mathfrak{S}$, esistono sempre due intorni $\mathfrak{I}(x)$, $\mathfrak{I}(y)$ dei due punti, fra loro disgiunti (si veda la figura, a destra).

In uno spazio di Hausdorff è già possibile una teoria degli insiemi alquanto particolareggiata (concetti di punto di accumulazione, d'insieme aperto, d'insieme chiuso, d'insieme perfetto, di frontiera di un insieme, di dominio, ecc.) e questa diviene vieppiú interessante e utile a numerose applicazioni, quando lo spazio goda di quella particolare proprietà che è stata chiamata *connessione*. Un'altra proprietà particolare che viene spesso aggiunta agli assiomi di Hausdorff (aggiunta per postulato oppure perché verificata direttamente nelle applicazioni) è la proprietà detta *compattezza*: essa consiste nel fatto che ogni successione di punti dello spazio sia dotata di almeno un punto d'accumulazione.




**Visualizzazione degli assiomi di Hausdorff, sufficienti a caratterizzare, secondo questo autore, il concetto di spazio topologico. Nella letteratura tecnica, tali assiomi sono anche noti (e i disegni ne mettono in luce la ragione intuitiva) come postulati o assiomi degli intorni.**

Di grande interesse è pure la possibilità d'avviare, nelle sue grandi linee, una teoria delle *funzioni continue* $y = f(x)$, definite in un insieme $E$ contenuto in uno spazio $\mathfrak{S}$ di Hausdorff e non già soltanto quando i *valori* $y = f(x)$ siano numeri reali, ma addirittura quando tali valori siano punti appartenenti, a loro volta, a uno spazio di Hausdorff $\mathfrak{T}$ (coincidente o no con $\mathfrak{S}$). Si dice che la $f(x)$ è *continua in un punto* $x_0$ di $E$, quando a ogni intorno $\mathfrak{I}(y_0)$ del valore $y_0 = f(x_0)$ in $\mathfrak{T}$ può farsi corrispondere un intorno $\mathfrak{I}(x_0)$ in $\mathfrak{S}$, tale che $f(x)$ sia sempre contenuto in $\mathfrak{I}(y_0)$, comunque $x$ vari nel prodotto $E \cap \mathfrak{I}(x_0)$. Quando $E$ coincida con l'intero spazio e la funzione continua $f(x)$ sia ivi univocamente invertibile, la $f(x)$ realizza quella che viene solitamente chiamata una *trasformazione topologica* di $\mathfrak{S}$: concetto che trova sviluppi e applicazioni vastissime e di grande importanza.

Gli studi piú recenti, particolarmente della scuola francese detta dei *bourbakisti* (si veda ad esempio N. Bourbaki, *Éléments de Mathématiques*, III: *Topologie générale*, Parigi, 1948-1951), hanno generalizzato la definizione di spazio topologico e (ciò che sembra rivelare un nuovo aspetto interessante) l'hanno svincolata da quella che può chiamarsi l'*assiomatizzazione locale* o *in piccolo*. Una definizione di *spazio topologico* che s'incontra frequentemente alla base di tali studi è la seguente: 'Esiste un aggregato $\{A\}$ d'insiemi $A$, contenuti in $\mathfrak{S}$, del quale fanno parte sia $\mathfrak{S}$ stesso sia l'insieme vuoto, in modo che il prodotto $A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n$ d'un numero finito qualunque $n$ d'insiemi di $\{A\}$ fa sempre parte di $\{A\}$ e la somma $A' \cup A'' \cup \ldots$ di quanti si vogliono insiemi di $\{A\}$ (in numero finito o infinito) fa ancora sempre parte di $\{A\}$'. Gli insiemi $A$ sono chiamati gli *aperti* di $\mathfrak{S}$. Viene chiamata poi *base* di $\mathfrak{S}$ un aggregato $\{B\}$ d'insiemi $B$ ciascuno dei quali sia un $A$ e tale che ogni $A$ sia la somma d'insiemi $B$ (ovviamente lo stesso $\{A\}$ è una base, ma la considerazione di particolari basi $\{B\}$ ha interesse quando, secondo le applicazioni che si vogliono affrontare, si possono scegliere i $B$ in modo opportuno; si