



Adriana Davoli

EDUCARE ALLA MATEMATICA
EDUCARE CON LA MATEMATICA

LA PRIMA INTRODUZIONE ALLA DISCIPLINA E IL RECUPERO
DEI SOGGETTI NELLE DIFFICOLTÀ DI APPRENDIMENTO

ABSTRACT

Manara's work aimed, above all, to the growth of the whole person, to which the study of mathematics must contribute by promoting the education to rationality and a critical approach to reality. In contrast to certain educational programs, in which the teaching of mathematics could become useless and even harmful training, Manara proposed to introduce the student to mathematics as a fascinating cultural adventure. In this perspective, he built upon his culture and knowledge of the foundations and history of mathematics to develop connections with Mathematical Education.

1. *Introduzione*

Il pensiero di Carlo Felice Manara è ricco e complesso, non è facile darne una visione adeguata in queste brevi note. Si può correre il rischio di concludere con l'elenco dei suggerimenti didattici, senza riuscire a farne cogliere la profondità e il sostrato profondamente radicato in una visione culturale e antropologica che si basano anche sull'epistemologia e sulla storia della matematica. Per consentire di valutare meglio il senso delle sue considerazioni e dei suoi suggerimenti, rapidamente tratteggio la personalità dell'uomo e dello scienziato; successivamente indico alcune modalità che Manara seguiva nel modo di lavorare, di approfondire e di far ricerca in questo campo. Per comin-

ciare presento un testo inedito, personalmente scritto da Manara nel 2001, che trascrivo quasi integralmente come sunto del suo pensiero riguardo alla didattica nei casi di difficoltà di apprendimento in matematica. In seguito esaminerò in particolare alcuni dei punti citati.

I contributi di M. alla didattica della matematica sono stati costantemente diretti a contrastare la opinione che considera questa dottrina prevalentemente come un complesso di strumenti teorici utili alla scienza ed alla tecnica; è questa infatti una immagine puramente strumentale, e si potrebbe dire “servile” della matematica; immagine che, oltre ad essere parziale e fuorviante, ha degli influssi negativi anche sulla sua didattica. Una giusta impostazione didattica dovrebbe invece tener conto del fatto che la matematica possiede un profondo significato culturale: infatti il metodo matematico è alla base degli imponenti progressi di tutta la scienza moderna, e non soltanto di quelle dottrine o di quelle tecnologie che esplicitamente si servono dei suoi strumenti. Pertanto nell’insegnamento occorrerebbe evitare gli aspetti di puro addestramento alle manovre degli strumenti formali, per cercare invece gli agganci alla intuizione, ed in particolare per avvalersi dell’apporto della geometria razionale.

Nell’ultimo quindicennio l’attività didattica di M. si è esplicitata, con frequenza sempre maggiore, nell’ aiuto agli studenti con difficoltà di apprendimento ed ai loro insegnanti di sostegno (...). In presenza di queste situazioni, l’opera dell’insegnante di sostegno troppo spesso si riduce ad un maldestro tentativo di addestramento all’esecuzione dei calcoli aritmetici , quasi sempre senza la speranza che i soggetti apprendano il loro significato (...). Gli sforzi costanti di M. sono sempre stati diretti nella direzione che porta a convincere gli insegnanti, soprattutto quelli di sostegno, a sviluppare nei soggetti quella che egli chiama “progettualità”, cioè il comportamento coscientemente razionale, ed il concomitante impiego dei mezzi espressivi linguistici; uno dei quali (e neppure sempre il più importante in ogni caso) è il linguaggio matematico, con le sue convenzioni. E ciò senza pretendere perentoriamente che la conoscenza ed il dominio degli algoritmi sia la condizione assolutamente indispensabile per la comprensione, anche elementare, della dottrina.

2. *Un testimone*

In un panorama culturale come quello attuale, in cui le mode, la pubblicità, il cinema, i mezzi di comunicazione si rivolgono all’istintività, sollecitano le emozioni e mirano ad una risposta reattiva, Manara è sta-

to un testimone che ha voluto annunciare a tutti la possibilità di una vita più umana, di un pensiero che si libera dai condizionamenti, che fa le sue scelte con giudizio critico e che sa utilizzare al meglio la razionalità di cui è dotato per muoversi nel mondo, per conoscere la realtà che ci circonda, per stare nella compagine umana con autonomia e indipendenza, e con la capacità di risolvere razionalmente i problemi, a partire da quelli quotidiani. Come ricordato dal Prof. M. Marchi nel primo di questi incontri, Manara sottolineava sempre l'aspetto creativo, l'intuizione, la fantasia, che caratterizzano anche il lavoro del matematico. Egli ha vissuto personalmente un'avventura intellettuale appassionante che non ha tenuto gelosamente per sé, invece ha desiderato favorire una possibilità per tutti, dal più brillante studente universitario, all'ultimo ragazzino pieno di problemi. Anche se a differente profondità e su differenti contenuti, tutti possono fare un passo in più, utilizzando le risorse di cui ciascuno è dotato, non importa il livello di partenza; in certo modo un percorso che ha qualche analogia con il suo. Egli spesso sorprende gli insegnanti, quando ripeteva: «la matematica non è tanto importante»; era una sua espressione paradossale con la quale voleva sottolineare il privilegio che doveva essere riconosciuto al metodo matematico rispetto ai contenuti; ma soprattutto voleva sottolineare che gli importava l'uomo, la sua vita, la sua strada. Viene in mente l'esortazione di Dante: «... fatti non foste a viver come bruti ...» (*Inf.* XXVI, 119).

La passione che Manara aveva per l'uomo è della stessa statura. Sentiamo ancora le sue parole.

Lo scienziato ha un suo diritto di vivere in modo degno del suo livello intellettuale e, quindi, di cercare una soluzione dei problemi umani, propri e degli altri uomini, che almeno non ignori il proprio lavoro e il proprio progresso. Sarebbe infatti ingiusto pretendere che proprio lo scienziato debba affrontare i problemi, che sono spesso i più urgenti, della propria e dell'altrui esistenza, lasciando da parte tutta la competenza, tutta l'esperienza, tutto quel sistema di valori che innegabilmente ha costruito; oppure pretendere che egli consegni all'umanità e ai suoi reggitori (per esempio, alle classi politiche) i risultati delle proprie ricerche perché ne dispongano secondo le loro decisioni ed i loro criteri...¹

¹ C.F. MANARA, *Metodi della Scienza dal Rinascimento ad oggi*, Milano, Vita e Pensiero, 1975, p. 130).

A. Davoli

Lo scienziato ha una partecipazione attiva e cosciente all'avventura dei suoi simili, unito ad essi da una solidarietà e da una carità che supera i legami del tempo e valica i confini spaziali.²

Ho detto che Manara è stato un testimone, poiché, con lo stile tipico del cristiano, qual era, offriva il suo percorso come un'esperienza possibile anche per gli altri, da rendere accessibile per il progresso della loro vita. A tutti, studenti, insegnanti, amici, offriva il frutto delle sue riflessioni sulla fede, sulla cultura, sulla filosofia, sulla didattica, sul valore conoscitivo delle discipline scientifiche. La solidarietà di Manara, come lui stesso indica, travalica il tempo; la sua provocazione resta attuale, da accogliere e da rilanciare ancora oggi. Aveva la battuta pungente, nessun particolare gli passava inosservato, sempre però traspariva la personalità di un amico che non ti lascia in pace, che ti sollecita a muoverti dal punto in cui ti trovi. Gradiva il confronto con idee differenti dalle sue, ma metteva alla prova, era necessario sostenerle con valide argomentazioni; così anche questo aspetto finiva per diventare un incentivo educativo ad approfondire la propria posizione per sostenerla. E su questo piano Manara era disponibile, perché capace di ascoltare, di cambiare e a sua volta di ripartire. Poteva trascinare in un cammino, perché per primo non si stancava di camminare. Negli incontri, nei corsi, nei convegni, nel lavoro specifico di ricerca nel campo della didattica della matematica, metteva in gioco tutto il peso della sua cultura e della sua conoscenza riguardo ai fondamenti e alla storia della matematica, sviluppando i nessi con la sua didattica.

3. *Le iniziative*

Il grande interesse per l'educazione lo aveva portato ad aprire varie attività su più fronti. Uno sbocco naturale era stato quello di cercare di essere quanto più possibile a contatto con gli insegnanti della scuola primaria, i quali hanno il compito della prima importante formazione matematica. Ma aveva sviluppato anche altre attività di ricerca e di aggiornamento, in una molteplicità di collaborazioni, di incontri, di lezioni nei corsi specialistici per la preparazione di futuri insegnanti di sostegno (uno di questi ultimi presso il Dipartimento di Psicologia dell'Università degli Studi di Milano) e nei corsi per l'aggiornamento

² C.F. MANARA, *cit.* 1975, p. 11.

degli insegnanti in servizio; a seconda dei casi in collaborazione con enti ed istituzioni, come ad esempio con la Provincia di Milano, con varie scuole elementari e medie e del livello professionale, e con Dipartimenti universitari. Ricordo in particolare alcune delle attività a cui ho partecipato personalmente. Nell'ambito dei Progetti Nazionali di Ricerca del Ministero della Pubblica Istruzione, gli incontri quindicinali che venivano realizzati in collaborazione con il prof. G. Lucchini, rappresentavano per Manara il filone principale di aggancio con la scuola, cogliendo proprio il momento delicato dell'iniziazione alla matematica dei bambini più piccoli. Con molta pazienza egli cercava di aiutare gli insegnanti a spogliarsi di un mal riuscito apprendimento della disciplina, e a scoprire i punti fondamentali veramente importanti. Gli insegnanti portavano le loro esperienze che venivano analizzate e discusse in gruppo e commentate dal Professore. Pian piano si produceva una forma di metanoia. E per lui questa attività, in un certo senso, costituiva l'ordito, la parte culturalmente portante del lavoro che stava svolgendo in più direzioni. Durante questi incontri presentava le sue prospettive sulla didattica e sulla pedagogia della matematica, poi rielaborava queste esperienze anche cercando il confronto con i collaboratori; successivamente rigiocava il risultato delle sue riflessioni in varie altre situazioni.

A partire dagli anni ottanta, Manara ha dedicato sempre maggior attenzione all'attività didattica nell'aiuto ai disabili mentali, o anche genericamente ai soggetti in difficoltà per la matematica e ai loro insegnanti di sostegno, poiché sosteneva che per questi alunni il pericolo di insegnamento puramente addestrativo all'impiego di algoritmi, o di apprendimento di procedure in forma ripetitiva si prospettava ancora più grande. Tra le attività di questo filone, negli anni scolastici 1986-87 e 1987-88 ha guidato una ricerca sperimentale, i cui risultati sono stati raccolti in una pubblicazione della Provincia di Milano, contenente un suo articolo introduttivo. In collaborazione con il Centro Polivalente USSL di Usmate (MB) e alcuni insegnanti della Scuola media del locale Distretto Scolastico n. 60, si era costituito un gruppo di ricerca sullo sviluppo del pensiero logico-matematico nel disabile mentale medio-grave, nell'età adolescenziale e pre-adolescenziale. La presenza degli educatori e degli insegnanti aveva permesso di esaminare a fondo gli ostacoli che i ragazzi incontrano nell'apprendimento di alcuni concetti. Come ausili erano stati utilizzati l'esame individuale, la registrazione accurata dei protocolli delle interviste, e le conseguenti discussioni. La ricerca aveva consentito di fare delle ipotesi abbastanza ben fondate

A. Davoli

sulla presenza o assenza di alcune strutture di pensiero, e sulle caratteristiche mentali dei soggetti esaminati, diventando anche un'importante palestra per gli insegnanti, i quali potevano contare su una solida base di partenza per predisporre il recupero dei soggetti. A questa esperienza Manara attribuiva grande importanza per gli spunti ed i riscontri ottenuti.³

Per concludere, ricordo con piacere gli autori che Manara ci additava, le citazioni ed i collegamenti anche con matematici delle epoche passate, i seminari organizzati con studiosi italiani e stranieri invitati al Dipartimento di Matematica. Cito in particolare gli interessanti incontri con G. Vergnaud, e S. Baruk. A questo punto non posso sottacere il suo impegno così fruttuoso, per tradurre dall'inglese un testo di H. Freudenthal, a cui aveva preposto una corposa prefazione.⁴

4. *Il valore formativo della matematica*

Manara aveva la capacità di far vedere le cose grandi, i processi culturali che hanno cambiato il volto della storia, anche nelle piccole cose, anche nei comportamenti che ormai ci vengono quasi spontanei; li poneva in contropiede nella prospettiva storica e sullo sfondo di una epistemologia della disciplina e di una pedagogia acuta ed attenta. Il suo modo consisteva nel segnalare agli insegnanti i punti di svolta che nel passato hanno prodotto un balzo nella capacità conoscitiva della matematica, per far rivivere in nuce agli allievi una analoga conquista intellettuale, anche a quelli che presentano le maggiori difficoltà di apprendimento.

Così ad esempio insegnare che $2 + 2 = 4$ non ha il solo significato di favorire l'acquisizione di una operazione aritmetica; invece può diventare un modo per far assaporare quanto l'umanità ci abbia guadagnato dall'introduzione dei numeri e degli strumenti che li elaborano. Ma per far gustare questa conquista è necessario che gli allievi siano sollecitati a cercare delle soluzioni a situazioni concrete che li riguardano personalmente, anche dal punto di vista affettivo. Se si aggiungono oggetti

³ C.F. MANARA, *Problemi dell'insegnamento della Matematica a soggetti con difficoltà di apprendimento*, C.F. MANARA - A. DAVOLI "Progetto di intervento su soggetti con difficoltà di apprendimento", Provincia di Milano, Assessorato ai servizi sociali e cultura, Vimercate, USSL n. 60, 1989 a.

⁴ H. FREUDENTHAL, *Ripensando l'educazione matematica*, a cura di Carlo Felice Manara, Brescia, La Scuola, 1994.

ad un mucchio, dopo l'azione si può dire che gli oggetti *sono più di prima*. Ma si tratta di una valutazione soggettiva. Con l'introduzione dei numeri, si può precisare e rendere oggettiva l'osservazione, sottraendola alle suggestioni soggettive ed ai condizionamenti esterni. Si può vedere la cosa da un altro punto di vista. L'addizione, alla pari dei più complessi ed elaborati procedimenti, consente di prevedere un risultato, per cui non c'è più la necessità di svolgere concretamente delle azioni. Se ho bisogno di valutare la convenienza di riunire due gruppi disgiunti di oggetti, non ho la necessità di svolgere concretamente l'azione di riunione, poiché, conoscendo i dati di partenza, posso prevedere il risultato con una semplice operazione aritmetica. Basta provare ad insegnare con slancio e prospettiva grande, e subito si dà inizio ad una esperienza entusiasmante per allievi ed insegnanti: gli occhietti dei bimbi si accendono e gli allievi in difficoltà più facilmente escono dall'immobilità mentale.

Matematica, quadro ideale del sapere scientifico

La ricca umanità di Manara lo aveva portato a svolgere una profonda riflessione a proposito dell'incidenza culturale della scienza, in particolare della matematica, e quindi delle possibilità formative che queste discipline possono avere per tutti. Per convincersi del valore formativo della matematica e del suo insegnamento, è indispensabile avere ben chiara l'idea del significato conoscitivo della matematica e della sua funzione come quadro ideale del sapere scientifico. In particolare alcuni comportamenti degli scienziati e alcuni aspetti della disciplina, opportunamente intesi, possono contribuire a suggerire altrettante indicazioni educative.

Atteggiamento dello scienziato

Un primo punto riguarda la posizione umana dello scienziato, il quale, per il fatto stesso di impegnarsi a conoscere più a fondo la realtà, ammette come presupposto implicito di ogni sua attività una dottrina realista comprendente: a) la certezza della conoscenza; b) la convinzione della presenza di una *spiegazione* delle cose conosciute.

Un secondo punto riguarda la conoscenza della evoluzione delle idee scientifiche. Essa dovrebbe portare anche alla critica della conoscenza scientifica, riservando alla scienza il posto che giustamente le spetta, senza disprezzarla, ma anche senza farne una esaltazione fanatica; in

A. Davoli

modo che si arrivi alla presa di coscienza della sua portata e dei suoi limiti e a quella formazione culturale che è sostanzialmente libertà dai luoghi comuni e dai giudizi di moda.

Ideale dell'univocità dei simboli

L'evoluzione storica ha fatto della matematica una scienza che usa soprattutto linguaggi artificiali. Per caratterizzare la tendenza verso una assoluta univocità, Manara soleva ricordare la massima: *la matematica non ha simboli per le idee confuse*. Questa caratteristica ha influenzato anche altre scienze, tese ad avvicinarsi all'ideale matematico, in cui si presenta un solo simbolo per una sola idea. Ad esempio in medicina si coniano termini con radice presa dal greco, o nelle scienze giuridiche si ricorre al latino.

Il metodo scientifico

La scienza raggiunge il proprio fine, che è quello della conoscenza il più possibile certa e spiegata di fatti o di cose, attraverso il procedimento scientifico che può essere descritto genericamente a grandi linee in varie fasi:

- I fase: osservazione;
- II fase: elaborazione di ipotesi (primo passo per la ricerca di una *spiegazione* di ciò che si è osservato);
- III fase: deduzione (conduce dalle ipotesi alle conseguenze che ne discendono per via logica);
- IV fase: verifica (nuova osservazione nella quale le conseguenze dedotte vengono confrontate con la realtà, in modo che la realtà stessa confermi o smentisca la validità delle ipotesi provvisoriamente adottate).

Apporto specifico della matematica

Nel metodo caratteristico delle scienze naturali, si è verificato un salto significativo (particolarmente nella fisica) con l'introduzione del simbolismo matematico, che ha portato ad esprimere le osservazioni tramite simboli. Infatti con l'introduzione del numero e della misura, l'operazione concettuale di deduzione si trasforma in calcolo; si potrebbe dire che la deduzione viene automatizzata. È questo uno dei capitali più fruttuosi e fondamentali della scienza modernamente intesa: la

matematizzazione del procedimento scientifico. In più si può osservare che la sua influenza sulle altre scienze non si limita a fornire gli strumenti per esprimere le loro osservazioni e per dedurre dalle ipotesi le conseguenze, essa giunge fino ad ispirare i procedimenti e le formulazioni. Ad esempio questa influenza si nota quando si evitano deduzioni fatte invocando una presunta evidenza.

Infine la matematica ci insegna che la validità di un risultato, anche se riscontrata in moltissimi casi, non potrà mai sostituire la dimostrazione rigorosa.

Aspetti educativi della matematica

In una corretta attenzione all'educazione, vi sono alcuni nodi concettuali della disciplina che possono incidere sulla formazione culturale e mentale della persona.

Allenamento alla razionalità. Secondo Manara, tale formazione è importante per ogni persona che voglia comportarsi razionalmente, soprattutto nel mondo di oggi, nel quale la tecnica tende a dominare sempre di più ogni comportamento.

Allenamento alla schematizzazione rigorosa e precisa delle nostre sensazioni, alla loro espressione univoca e senza sfumature, all'adozione di un linguaggio preciso e inequivocabile.

Tendenza verso una assoluta univocità dei termini e dei simboli;

Educazione a: chiarezza, rigore, coerenza;

Educazione alla deduzione rigorosa.

5. Difficoltà nell'apprendimento della matematica

Come già detto, Manara aveva maturato una grande attenzione verso i soggetti con difficoltà di apprendimento in matematica, particolarmente verso quelli che hanno disturbi cognitivi; attenzione non molto frequente nell'ambiente accademico matematico di alcuni decenni or sono. Egli affermava che l'insegnamento della matematica non deve diventare una sorta di tortura ad apprendere nozioni distanti dall'interesse e dalla portata di questi soggetti, nozioni che diventano forzature inutili e antieducative. Con la sua sottile ironia solea dire che desiderava fondare una Società per la Difesa dei Bambini, per liberarli dalle sevizie della scuola, quando impone programmi troppo pieni o troppo distanti dall'esperienza quotidiana degli allievi. Le sue parole permettono di

A. Davoli

cogliere l'interesse appassionato per questi soggetti:

Non posso dimenticare casi di soggetti che presentavano un rifiuto totale o quasi totale della matematica, anche la più elementare (e pertanto giudicati come ritardati) dovuto alla didattica radicalmente sbagliata alla quale erano stati sottoposti per vari anni scolastici.⁵

Ma le difficoltà di apprendimento, particolarmente nei casi di disabilità mentali, neurologiche o psichiche, sono dovute non solo ad errate scelte didattiche. Si possono individuare altri motivi che sono alla radice delle difficoltà di apprendimento, alcuni insiti in aspetti della matematica, mentre altri dipendono dalle caratteristiche del pensiero e della personalità dei singoli soggetti. Seguiamo l'analisi della situazione presentata da Manara.

Difficoltà insite nella matematica

Astrazione

Il pensiero matematico tende ad essere sempre più astratto: anche se parte dalla realtà sperimentale, se ne distacca poi necessariamente. Questo passaggio è condizione per la generalità della costruzione concettuale, per la sua efficacia nella rappresentazione della realtà e delle sue leggi, e per la validità delle previsioni sui risultati delle nostre azioni. Ma proprio queste circostanze costituiscono momenti di inciampo per chi si trova in difficoltà nell'apprendimento.

Aspetto linguistico. Simbolismo e regole

Un secondo aspetto importante della matematica di oggi è quello che la assimila ad un linguaggio che per molti soggetti (a volte anche diversamente dotati intellettualmente) presenta particolari difficoltà di apprendimento, perché è un linguaggio convenzionale ed è governato da una sintassi rigidissima, che può scatenare un rigetto.

Difficoltà personali dei soggetti

⁵ C.F. MANARA, *Scritti inediti*, 2001/2002.

Per qualche soggetto il simbolismo convenzionale è difficile da accettare. Ad esempio la rappresentazione dei numeri naturali con le convenzioni arabo-indiane, che a noi appaiono oggi così “naturalì”, presenta delle difficoltà spesso molto grandi.

Anche l'accettazione dell'astrazione presenta delle difficoltà per alcune intelligenze. Costruire un percorso con passaggi troppo rapidi verso l'astrazione, per molti alunni costituisce un inciampo e alla lunga finisce per dare una immagine distorta e spesso completamente falsata della matematica.

Difficoltà dovute a scelte didattiche

Introduzione dell'Insiemistica. Emarginazione della Geometria

Ecco alcuni passaggi tratti da un articolo di Manara.

A mio parere certe mode didattiche hanno la loro origine in un equivoco abbastanza grave: tale equivoco consiste nel pretendere che l'apprendimento, e quindi l'azione didattica seguano la gerarchia logica tra le idee, messa in luce dalle analisi recenti sui fondamenti della matematica. Come se i concetti più generali ed astratti fossero quelli di cui l'allievo si appropria più facilmente, giungendo così alla costruzione di un sistema concettuale che parte dai primi principi e costruisce via via le strutture più complicate. Questo atteggiamento ha condotto alla introduzione della cosiddetta "Insiemistica" nei programmi delle scuole elementari, ed alla emarginazione della geometria dall'insegnamento della matematica, in tutti i livelli di scuola.⁶

Anche se oggi l'Insiemistica è stata superata, almeno nei programmi, un lungo strascico difficile da eliminare è rimasto nelle menti degli insegnanti ed anche nelle proposte dei testi scolastici. Quanto alla Geometria, essendo poco conosciuta, viene poco insegnata tuttora.

Rigore formale troppo precoce

La pretesa di ricercare una sorta di rigore formale fin dall'inizio dell'opera didattica, e pretendere un livello di astrazione troppo alto rispetto al vissuto dei soggetti, conduce a reazioni di rigetto, e magari an-

⁶ C.F. MANARA, *L'insegnamento della matematica ai soggetti in difficoltà*, Atti del convegno "L'handicap nella scuola secondaria superiore", Torino 14 ott. 1994, Omega, 1995.

A. Davoli

che allo spreco di energie intellettuali.

Rigida progressione di passi preordinati

I fenomeni di apprendimento e di formazione delle idee e delle strutture mentali sono talmente complessi che ogni tentativo di ingabbiarli in una successione temporale esclusiva di passi e di progressione diacronica rischia di generare incomprensione da parte dei docenti, i quali sono tentati di leggere le reazioni e l'evoluzione mentale dei soggetti secondo la griglia psicologica adottata. Ciò potrebbe portare anche a blocchi dell'apprendimento, e quindi a giudizi non completamente giusti da parte dell'insegnante ed infine anche a procedure didattiche che conducono a reazioni negative. Per esempio può accadere che nella mente dell'insegnante vi sia una gerarchia (più o meno conscia) secondo la quale la memorizzazione delle "tabelline" è diventata condizione assolutamente necessaria per ogni ulteriore passo sulla strada dell'aritmetica; conseguirebbe di qui che un allievo il quale, per ragioni comprensibili (noia, eccesso di esercizi frustranti, ecc.) trova difficoltà in un certo tipo di memorizzazione, venga giudicato come incapace, o peggio, ritardato.⁷

Quoziente di intelligenza

Riprendiamo ancora le sue parole.

Vorrei ribadire le perplessità riguardanti i giudizi, spesso superficiali, fondati sull'impiego del "quoziente di intelligenza" (il noto "IQ"): sono infatti fermamente convinto che la pretesa di dare un ordinamento lineare alle intelligenze, soprattutto quelle dei soggetti in giovane età, sia spesso fuorviante: è ben difficile definire che cosa sia l'intelligenza, ed autorevoli autori hanno messo in evidenza come questa qualità umana possa manifestarsi in vari e numerosi modi: temo che la pretesa di stabilire delle gerarchie lineari, codificate con numeri (che qualche sprovveduto interpreta magari come "misure"), ad eccezione forse di campi molto particolari e ristretti, possa originare delle ghetizzazioni fuorvianti e fondamentalmente ingiuste.⁸

⁷ C.F. MANARA, *Scritti inediti. Osservazioni e commenti. Spunti per il ciclo di incontri dell'Anno Accademico 1995-96.*

⁸ C.F. MANARA, *cit.* 2001/2.

6. Indicazioni didattiche

Dopo la breve analisi presentata, raccolgo un elenco di suggerimenti indicati da Manara per aiutare i soggetti in difficoltà. Tenendo presente l'impossibilità di formulare delle regole generali da calare in situazioni così diversificate, egli affermava che le strategie da lui proposte non dovevano avere un valore sistematico, anche se generate dal lavoro sul campo. Quest'ultima condizione, il lavoro sul campo, era da lui spesso richiamata e molto valorizzata.

Preparazione degli insegnanti

La prima condizione dovrebbe essere quella che il docente abbia una conoscenza globale della dottrina che insegna, conoscenza che implica necessariamente anche il possesso sicuro della struttura logica portante della dottrina stessa. Occorre tuttavia che egli ricordi sempre che questa struttura che egli deve conoscere e possedere è frutto di un lungo lavoro di apprendimento e di sintesi, e di una lunga evoluzione interiore, talvolta anche in parte non completamente conscia. Infine occorre tener presente il fatto che il cammino seguito dalla mente per la costruzione interiore di una struttura razionale coerente (come dovrebbe essere quella della matematica e dei suoi rami e capitoli) non è sempre piano: anzi in generale è ricco di discontinuità e di salti, che si manifestano con illuminazioni improvvise e con imprevisti collegamenti tra capitoli prima visti come lontani e scollegati.⁹

A margine, faccio notare che in queste parole è presente un evidente accento autobiografico.

Valorizzare il possesso delle idee fondamentali della matematica

Per ciò che si è detto al punto precedente, Manara riteneva importante fornire agli insegnanti una guida per aiutarli a leggere trasversalmente i programmi di insegnamento, in modo tale da identificare le strutture fondamentali del pensiero matematico, distinguendole da una quantità di nozioni che, pur essendo utili, non hanno tuttavia una funzione così radicale e così portante. E di conseguenza riteneva conveniente cercare di valorizzare negli allievi prima di tutto il possesso delle idee fondamentali e solo secondariamente la manovra del simbolismo specifico

⁹ C.F. MANARA, *cit.* 1995-96.

A. Davoli

della matematica e del suo linguaggio tecnico.

Avviare all'astrazione.

Partire dal vissuto degli alunni

I concetti debbono essere costruiti su misura della realtà che il discente conosce direttamente, manipola e maneggia, passando via, via a concetti sempre più astratti e generali man mano che si estende l'orizzonte delle realtà conosciute dal discente, realtà che richiedono strutture sempre più ricche (...). Le idee astratte debbono impiantarsi sul patrimonio già posseduto dal bambino, con gradualità, quindi ampliamento delle esperienze concrete, quindi acquisizione di strumenti linguistici per la rappresentazione dei concetti via via appresi.¹⁰

Presentare una struttura concettuale al momento psicologicamente opportuno

Il problema didattico fondamentale consiste nel presentare, ad ogni momento dello sviluppo psicologico e mentale dell'alunno, una struttura concettuale ad un livello tale che egli ne veda le capacità di sintesi e di unificazione; e quindi sia motivato all'apprendimento di quella struttura dalla constatazione delle possibilità di approfondire ed ampliare le conoscenze e di risparmiare fatica fisica e mentale. Se questo livello non viene identificato, l'insegnamento provocherà crisi di rigetto, oppure sarà giudicato dagli alunni astratto, inutile, distaccato dalla realtà, scolastico, libresco (...). Far in modo che il discente possa appropriarsi delle strutture astratte e formali per aver constatato la loro efficacia e la loro utilità.¹¹

Insegnamento della geometria

Vorrei osservare che la geometria offre molte occasioni di allenare i soggetti alla progettualità, ed alla programmazione di successione di operazioni logicamente gerarchizzate e dirette ad un fine; operazioni che possono avere dei contenuti relativamente facili da immaginare. Pertanto convergo completamente con l'opinione di Freundenthal il quale afferma che l'emarginazione della geometria razionale classica nell'insegnamento della matematica nella scuole dell'Occidente è stata

¹⁰ C.F. MANARA, *Problemi di didattica della matematica*, Brescia, La Scuola, 1989 b, p. 34.

¹¹ C.F. MANARA, *L'insegnamento della matematica nella scuola elementare in Italia*, "Pedagogia e vita", N. 4 (1992), p. 22.

un grave errore storico. Mi pare infatti che si possa accettare l'insegnamento della Storia, la quale ci dice che il primo trattato di matematica che la nostra Storia conosca (il meraviglioso trattato degli "Elementi" di Euclide) ha contenuti prevalentemente geometrici; H. Freundenthal, in un suo libro che ho tradotto recentemente, ha osservato che la geometria offre un contesto ricco per la matematizzazione, e quindi costituisce una occasione unica perché si realizzi quell'apprendimento che egli qualifica come "reinvenzione guidata"; un apprendimento quindi che è una appropriazione dei concetti e delle procedure, e quindi non si fonda sulla pura memorizzazione delle cose.¹²

Strade alternative per soggetti che rifiutano il simbolismo

Penso che si potrebbe scegliere qualche strada diversa, tenendo presente lo scopo di conferire ai soggetti una certa formazione ad una elementare razionalità di comportamento, una capacità di progettare le proprie azioni e di prendere coscienza delle proprie procedure, senza pretendere che si giunga alla simbolizzazione matematica.

Tutto questo tuttavia non significa che si debba rinunciare a fare della matematica anche con dei soggetti che rifiutano la simbolizzazione: si può infatti osservare che nel gruppo fondamentale della geometria euclidea (elementare) è contenuto il gruppo dei movimenti rigidi; e queste considerazioni si possono quindi applicare alle manipolazioni degli oggetti rigidi, anche di quelli che entrano nel vissuto quotidiano ed abituale. Si potrebbe così pensare di impostare una formazione alla razionalità matematica a partire da una esperienza concreta, che non richiede strumenti espressivi diversi da quelli della lingua parlata tutti i giorni.

Penso che seguendo questa strada si possa sperare di avviare gradualmente qualche soggetto alla simbolizzazione matematica senza tuttavia imporla dall'esterno, con tutte le difficoltà che essa comporta per qualche mente.¹³

A questo proposito, ricordo ad esempio una interessante esperienza in cui un allievo inserito in prima media, seguito dall'insegnante di sostegno, ha realizzato un icosaedro regolare, arrivando in seguito a recuperare anche alcuni concetti matematici ed alcune espressioni del linguaggio simbolico, in un chiaro rapporto con i significati.¹⁴

¹² C.F. MANARA, *cit.* 1995.

¹³ C. F. MANARA, *cit.* 2001/2.

¹⁴ A. DAVOLI, M.A. MANARA, *Costruzione di poliedri e recupero della razionalità globale*, a cura di A. Contardi, B. Piochi, "Le difficoltà nell'apprendimento della matematica", Erickson, Trento, 2002, pp. 205-210.

A. Davoli

Aggancio con il linguaggio comune

[A seguito] della evoluzione critica che ha avuto durante il secolo XIX, la matematica ha cambiato il suo carattere assumendo pian piano la fisionomia che ha oggi: una scienza non più caratterizzata dai contenuti, ma piuttosto dalla sua struttura logica; scienza che interessa piuttosto che per le cose che dice, per come le dice. In questo ordine di idee, quindi, la matematica si presenta come una specie di linguaggio, così come aveva predetto Galileo, dicendo che il gran libro della natura è scritto con caratteri matematici.¹⁵

Se la matematica è un linguaggio, allora per insegnarla si dovrebbero adottare le modalità che gli esseri umani adottano per imparare un linguaggio. Il soggetto prima impara a dire qualcosa di qualcosa, e solo in un secondo momento riflette sulle regole e le modalità che segue per esprimersi correttamente.¹⁶

Seguendo questo corso delle idee, Manara ripeteva la massima: *la prima matematica è la lingua italiana*, volendo affermare che uno dei compiti importanti della scuola è quello di formare la mente degli alunni in modo che riescano ad esprimere le loro idee in modo ordinato e corretto (e preferibilmente conciso) e a questo concorrono i due insegnamenti in stretta contiguità. A seguire, suggeriva di collegare ogni tentativo di ricupero nell'ambito della matematica con il ricupero della capacità di espressione nella lingua materna.

Recupero mediante il Lavoro

Altro cardine del suo pensiero era il suggerimento di tentare il ricupero mediante il lavoro, purché il soggetto non sia sottoposto ad un mero addestramento, ma venga avviato ad una progettazione razionale del suo comportamento, che coinvolga la considerazione dello scopo del lavoro e la sua esecuzione in stadi metodicamente collegati secondo una gerarchia logica.

A questo proposito ricordo che Manara aveva molto valorizzato un lavoro di costruzione di una sedia, di cui si era lungamente discusso negli incontri di Usmate.¹⁷

¹⁵ C.F. MANARA, *cit.* 1975, p. 71.

¹⁶ C.F. MANARA, *cit.* 1989 b, p. 33.

¹⁷ Vedi: A. PANCERI, F. LABÒ, *Proposta di laboratorio di falegnameria per un recupero alla razionalità globale di soggetti con difficoltà di apprendimento medio-gravi, usciti dalla scuola me-*

Se faccio capisco, se capisco faccio bene, questa era un'altra delle massime che servivano a Manara ancora una volta per sottolineare l'importanza che dava al compito di mobilitare il coinvolgimento della razionalità; un po' in polemica con una certa corrente didattica che tende ad attribuire una preminente importanza all'esecuzione di manipolazioni concrete.

Tener conto di vari tipi di intelligenza

Un aiuto efficace ai soggetti in difficoltà si può ottenere mediante itinerari didattici personalizzati, che tengano conto dei loro interessi e delle loro fisionomie intellettuali. Queste vie dovrebbero essere studiate non per rinunciare alla conoscenza dei contenuti ed al possesso dei punti fondamentali del pensiero matematico, ma per tener conto della esistenza di vari tipi di intelligenza, e per sfruttare a fondo le loro possibilità.

Educazione all'autonomia razionale

Qui ribadisco che l'atteggiamento di fondo che ha ispirato questi suggerimenti mira a ricercare pazientemente le possibilità, anche minime, di comprensione e di autonomia razionale dei soggetti, in modo che ogni azione di sostegno non sia un addestramento a comportamenti più o meno imposti, ma nasca dalla loro autentica ed autonoma personalità umana.

Livelli di razionalità

E poiché la matematica deve avere la funzione di educare a rendere razionale il comportamento a partire dalle attività più elementari, Manara ha stilato un provvisorio elenco di semplici attività razionali, indicandone una progressione, non perché diventi un percorso obbligato, ma per sollecitare gli insegnanti a valorizzare ogni piccolo accenno di razionalità da cui partire

Va tenuto presente che questi suggerimenti non devono essere considerati come una sovrapposizione a studi specialistici, condotti con una

dia, a cura di M. Pertichino, P. Sandri, "Atti del Convegno: Handicap mentale e difficoltà di apprendimento: che obiettivi individuare e che attività matematiche proporre. Castel S. Pietro Terme, 1991", Bologna, Pitagora, 1992).

precisa impalcatura teorica che possono aiutare nei casi particolari.

i) Razionalità nella cura di sé, del vestirsi, lavarsi autonomamente; nella cura degli abiti, delle proprie cose, nel metterle in ordine. Questi comportamenti dovrebbero essere visti come espressioni della capacità di indirizzare le proprie azioni ad un fine.... Si tratta di vedere la razionalità del comportamento come la capacità di inserirsi in un contesto sociale, adattandosi alle sue strutture, in modo più o meno cosciente, ma sempre in qualche misura attivo; e soprattutto con il tentativo della comprensione delle ragioni e delle cause delle situazioni.

ii) Razionalità nei comportamenti quotidiani: uso delle posate, esecuzioni di piccoli compiti e di piccole commissioni.

iii) Razionalità nel rapporto con altri: comprensione delle conversazioni, saper trarre delle informazioni dalle parole e dagli atteggiamenti degli altri. Comprendere istruzioni ed esortazioni. Anche qui la comprensione indica in qualche misura la presa di coscienza del fine della comunicazione verbale e non.

iiii) Razionalità nel progettare sequenze di atti diretti ad un fine, con la coscienza del loro valore e significato in rapporto al fine. Costruire oggetti interessanti. Qui la gamma può avere una grande estensione, e la costruzione dell'oggetto può anche svegliare l'interesse, al di là della pura esecuzione di ordini e di istruzioni.

v) Uso del linguaggio parlato e scritto. Coerenza negli enunciati e capacità deduttiva. Anche qui il campo è vastissimo, ma occorre verificare che la manovra del simbolo linguistico sia collegata con il pensiero astratto e (almeno in germe) razionale. Qui l'impiego dei blocchi logici (che annoia il normale) può essere utile per la comprensione del segnale linguistico e per l'operazione di classificazione, che può diventare sintomo dell'operazione di astrazione. Riconoscimento di forme geometriche; elementi della nomenclatura riguardante il rapporto con l'ambiente (destra, sinistra, davanti, dietro, sopra, sotto); passaggio al riconoscimento della forma distaccata dalla relazione con il soggetto.

vi) Avvio alle operazioni aritmetiche elementari. La successione dei nomi dei numeri, curando che ogni simbolo linguistico corrisponda ad una operazione materialmente eseguita o immaginata. Dalla simbolizzazione linguistica a quella convenzionale della numerazione. Le operazioni aritmetiche.¹⁸

¹⁸ C.F. MANARA, *Scritti inediti*, 1993.

Evitare l'addestramento

L'elenco precedente costituisce soltanto un promemoria per aiutare l'insegnante a sorprendere abbozzi iniziali di razionalità da valorizzare e da cui partire; ma soprattutto deve essere visto come uno schema e non come un programma di addestramento. Questo dovrebbe essere evitato il più possibile.

Lasciar lavorare gli allievi in autonomia

... dovrebbe essere evitato l'intervento dell'operatore nella soluzione di situazioni di imbarazzo [dell'allievo], con espedienti (anche giudicati banali) che possono essere giudicati razionali dal punto di vista dell'operatore stesso, ma che (al massimo) svilupperebbero soltanto imitazione passiva. La cosa che appare più importante non è la razionalità dal punto di vista dell'operatore (o genericamente del normale), ma l'autonomia che il soggetto costruisce dentro di sé con i suoi mezzi.¹⁹

7. Attenzione alla scuola e alla formazione degli insegnanti

In sintesi: *educare con la matematica, educare alla matematica*, per Manara era diventato un motto riassuntivo per additare la necessità che nella scuola la presentazione di contenuti e risultati non rimanga l'obiettivo finale preminente, poiché invece occorre insegnare non tanto e non solo una sequenza di teorie ed esercizi, quanto attraverso i contenuti educare ad un atteggiamento e ad un metodo. Il primo obiettivo della scuola dovrebbe essere quello della formazione mentale, che porti il giovane a crescere con capacità di comprensione e di giudizio critico, il più possibile libero da suggestioni e condizionamenti. Vi sono anche altri compiti della scuola, come quello di fornire le informazioni fondamentali necessarie per la vita associata e per agire nel mondo del lavoro. Ma questi, secondo Manara, vengono in sott'ordine, poiché da scongiurare è soprattutto il pericolo che la scuola si limiti al puro addestramento, oppure l'abitudine di considerare la scuola esclusivamente destinata a dare le competenze per agire sul mondo e sulla natura, ma senza preoccuparsi del senso di quello che si propone.

¹⁹ C.F. MANARA, *cit.* 1993.

A. Davoli

Antidoti per vivere nella civiltà dell'immagine

Questa civiltà dell'immagine che ci sta sommergendo, sta abituando i giovani a sostituire l'immagine al concetto, e l'accostamento delle immagini e delle illustrazioni alla concatenazione rigorosa dei concetti. Pertanto io vedrei come compito della scuola quello di recuperare le valenze logiche, collegate con la comunicazione verbale tradizionale, la formazione e la concatenazione dei concetti astratti, superando le suggestioni delle immagini, soprattutto se prefabbricate da altri. Credo che il compito della scuola non sia più tanto quello di conferire le informazioni necessarie alla vita associata (che possono essere date anche da altri mezzi di informazione) ma stia diventando sempre più quello di insegnare a rifiutare le informazioni, ad emergere da questo flusso quasi continuo di pressioni psicologiche per acquisire ed esercitare indipendenza di giudizio e libertà di azione.²⁰

Osservazioni sui programmi

I programmi scolastici derivano la loro impostazione da una posizione epistemologica; pertanto si ha una differente impostazione dei programmi a seconda della visione che gli estensori hanno della scienza e della matematica. Questa considerazione portava Manara a pensare, in polemica con certi indirizzi didattici, che la formazione mentale a cui deve tendere l'insegnamento della matematica sia abbastanza indipendente dai contenuti. In particolare l'ampliamento dei programmi può generare confusioni nei giovani e favorire un apprendimento più mnemonico che formativo. Inoltre, al di là delle pochissime nozioni necessarie per la vita associata, un vero vantaggio si può conseguire badando più a come si insegna, piuttosto che al numero delle cose che si insegnano. Ecco dunque sinteticamente alcuni desideri espressi da Manara.

Tre desideri

Potatura dei programmi

Un primo desiderio è che i programmi di matematica per le nostre scuole siano robustamente potati e sfrondati. Ovviamente questo mio desiderio consegue alla immagine che io mi sono fatto della matematica e del suo significato culturale e del suo valore formativo a tutti i livelli di sviluppo mentale.

²⁰ C.F. MANARA, *cit.* 1992, pp. 21-22.

Mi rendo ben conto che molti saranno contrari a questo mio desiderio, tuttavia io persisto nel pensare che la potatura dei programmi possa togliere agli insegnanti l'assillo della preparazione e a conferire ad ogni costo certe abilità, e possa invece indurli ad insistere sull'aspetto formativo del pensiero matematico. In questa mia opinione mi conforta il pensiero di essere d'accordo con una personalità che mi supera di molto per autorevolezza accademica e per statura intellettuale: intendo parlare del compianto Bruno de Finetti, che ha sempre manifestato delle idee di questo tipo.

Introduzione della geometria

Un secondo desiderio è che la geometria razionale riacquisti il posto che ha sempre avuto nelle nostre scuole, prima dell'invasione delle mode didattiche di cui ho detto.

Utilizzo di moderni mezzi di calcolo

Un terzo desiderio è che si possa dar luogo ad una utilizzazione intelligente dei nuovi mezzi di elaborazione di informazione e di calcolo, per diminuire la necessità di esercizi puramente formali, in modo da poter puntare sulle strutture logicamente importanti; ho detto utilizzazione intelligente, perché temo il pericolo che questi mezzi siano oggetti di culto feticistico, pericolo che purtroppo vedo avvicinarsi da molte parti. In questo campo ritengo che si possa fare molto, senza preclusioni verso il nuovo ma anche senza eccessivi entusiasmi.²¹

8. Attualità del pensiero di C.F. Manara

Manara ci ha proposto di rivoluzionare l'insegnamento mettendolo al servizio della persona, accolta nella sua interezza e nella sua diversità, anche nel particolare stile di intelligenza, anche nelle eventuali carenze. Scopo dell'insegnamento è innanzi tutto quello di offrire ai giovani una educazione alla razionalità, mirando alla crescita della responsabilità, del giudizio autonomo e della capacità di evitare di restare in balia delle mode del momento, o della voce del più forte.

Negli ultimi decenni la Didattica della Matematica ha assunto la statura di una scienza, i cui studi hanno precisato con molta profondità aspetti relativi alle dinamiche dell'insegnamento e dell'apprendimento

²¹ C.F. MANARA, *cit.* 1995.

A. Davoli

della matematica. L'insegnante che voglia arricchire la propria professionalità dovrebbe dedicarsi, oltre che all'approfondimento degli aspetti veramente portanti della disciplina, anche all'aggiornamento sulle recenti acquisizioni nel campo della Didattica della Matematica. Ma queste conoscenze ineludibili dovrebbero essere accompagnate e guidate dalla visione e dall'atteggiamento culturale di fondo indicato da Manara, poiché la sua proposta è globale, innovativa ancora oggi, e tien conto di tutti i fattori della persona.

Conclusioni

Nel corso degli anni, ho potuto constatare la validità dell'impostazione educativa auspicata da Manara. Sono molte le attività che ho personalmente intrapreso in aiuto di insegnanti della scuola primaria e di sostegno, ed anche in aiuto di studenti in difficoltà di apprendimento medio-gravi, in collaborazione un centro di psicologia scolastica.

Tra i vari lavori intrapresi, in particolare ritengo molto interessante la ricerca e sperimentazione in cui sono coinvolta con un gruppetto di insegnanti di scuola primaria (alcune presenti fin dalla "prima ora", ed altre aggregate successivamente), in collaborazione con la prof.ssa P. Longo Bruno. Durante il corso di vari anni abbiamo sperimentato una didattica innovativa, in cui abbiamo potuto vedere i bambini diventare intraprendenti, responsabili, privi della paura dell'errore e desiderosi di sapere e conoscere. A volte li abbiamo anche sorpresi a litigare tra di loro nella tensione di cercare una soluzione ad un problema, o nella vicendevolesse correzione sia su questioni logiche, che su aspetti di correttezza formale. Abbiamo verificato che avere a cuore innanzi tutto la crescita dei soggetti come persone e aver presentato gli argomenti in una prospettiva ampia, con un forte richiamo ai significati, ha aperto la via ad un forte coinvolgimento degli alunni nell'avventura conoscitiva, attivando la loro consapevolezza e la loro personalità.

Per chiudere trascrivo uno scambio di messaggi, avvenuto nel 2010, tra due insegnanti della scuola primaria afferenti al gruppo di cui ho detto. Scriveva L. Radaelli:

Ce l'abbiamo fatta, la mia classe è arrivata al secondo posto della fase preliminare del Rally matematico transalpino, e parteciperà alla fase

finale che si terrà al liceo Calvino di Rozzano. Oggi, mentre guardavo incredula i miei alunni (i più turbolenti, problematici e “indietro” delle terze della mia scuola), pensavo che forse il segreto di questo risultato è che sono liberi di fronte al lavoro, tutti si mettono in gioco come possono e per quello che sanno. E’ quello che cerco di trasmettere loro, aiutata e sostenuta dal lavoro preziosissimo che facciamo insieme, e di questo devo proprio ringraziare tutte.

Rispondeva A. Savalli:

“Sono liberi di fronte al lavoro”, così scrivi dei tuoi alunni, per il successo avuto al rally della matematica. Secondo me è l’educazione più grande che possiamo dare ai nostri alunni. Senza coinvolgere la propria libertà non si arriva al compimento di sé e si scarica sugli altri la propria responsabilità. In particolare nel nostro modo di insegnare matematica indichiamo una situazione problematica, suscitiamo dei perché a cui i bambini sono chiamati, nella loro libertà, a trovare risposte.

RIASSUNTO

C.F. MANARA aveva a cuore soprattutto la crescita della persona, a cui lo studio della matematica deve contribuire, favorendo l’educazione alla razionalità e al giudizio critico nell’approccio alla realtà. In polemica con certi indirizzi didattici, in cui l’insegnamento della matematica diventa un inutile, dannoso addestramento, Manara proponeva di lanciare lo studente in un’affascinante avventura culturale. In questa prospettiva, ha messo in gioco la sua cultura e la conoscenza dei fondamenti e della storia della matematica, sviluppando i nessi con la didattica della disciplina.